

St. Mary's PG College Vidisha (MP)

CCE-2020-21

B.Sc-III year

Sub-Mathematics

Paper II-Real and Complex Analysis

Note: Solve any five questions :-

कोई पांच प्रश्न हल कीजिये।

Ques-1 State and prove fundamental theorem of integral calculus.

समाकलन पर मूलभूत प्रमेय के कथन को लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

Ques-2 Let $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{When } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{When } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Show that the function $f(x,y)$ is continuous but not differentiable at $(0,0)$.

माना $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{जब } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{जब } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

सिद्ध कीजिये कि फलन $f(x,y)$ बिन्दु $(0,0)$ पर संतत है। परन्तु अवकलनीय नहीं है।

Ques-3 (a) Test the convergence of the integral $\int_0^\infty \frac{\cos x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

समाकलन $\int_0^\infty \frac{\cos x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ के अभिसारिता का परीक्षण कीजिये।

(b) Test the convergence of the integral $\int_0^1 \frac{dx}{x^2(1-x)^{1/3}}$

समाकलन $\int_0^1 \frac{dx}{x^2(1-x)^{1/3}}$ के अभिसारिता का परीक्षण कीजिये।

Ques-4 Find the Fourier series of the function $f(x)=x \sin x$ in the interval $(-\pi, \pi)$

फलन $f(x)=x \sin x$ की अन्तराल $(-\pi, \pi)$ में फोरियर श्रेणी ज्ञात कीजिये।

Ques-5 Let (X,d) be any bounded metric space and let M be a positive real number, then there exists a metric d^* such that metric space (X,d^*) is bounded.

माना (X,d) कोई परिवद्ध दूरीक समाष्टि है एवं माना M कोई घनात्मक वास्तविक संख्या है। तब एक दूरीक d^* इस प्रकार उपस्थित होगा कि दूरी समाष्टि (X,d^*) भी परिवद्ध होगा।

Ques-6 In a metric space (X,d) , prove that every open sphere is an open set.

किसी दूरीक समाष्टि (X,d) में सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक विवृत्त गोलक एक विवृत्त समुच्चय होता है।